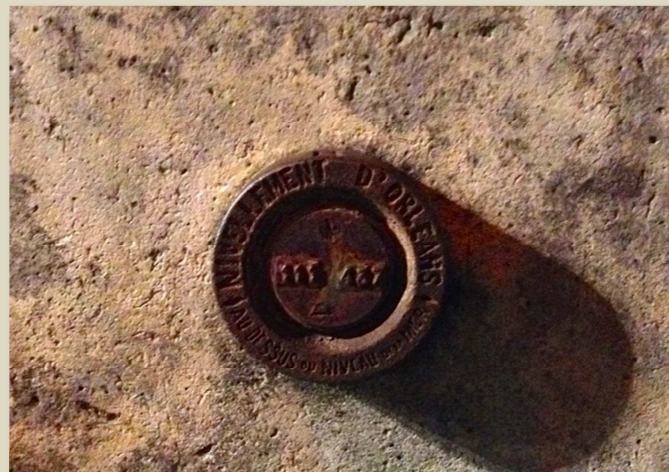


Formulaire d'aide à la résolution des problèmes de calcul topométrique



Session 2015

Sommaire

1 - Triangle quelconque	11- Intersection droite - cercle
2 - Triangles semblables	12- Nivellement indirect
3 - Triangle rectangle	13- Corrections des distances
4 - Trapèze	14- Correction de niveau apparent
5 - Polygone de n côtés	15- Moyenne arithmétique, moyenne pondérée
6 - Raccordements circulaires	16- Le G0 (ou V0)
7 - Secteur circulaire	17- Relèvement sur 3 points - <i>méthode du barycentre</i> -
8 - Transformations de coordonnées	18- Relèvement sur 3 points - <i>méthode de Delambre</i> -
9 - Intersection de 2 droites	19- Changement de base
10- Intersection de 2 cercles	

Conventions relatives aux travaux topographiques

Unités en vigueur :

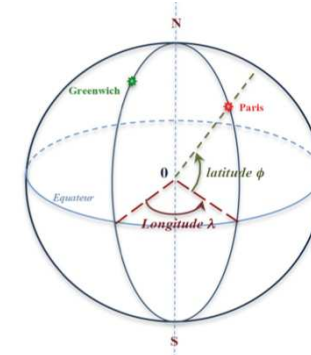
- distance en mètre (m)
- angle en grades (gon)

Systèmes de coordonnées géographiques

longitude λ ,

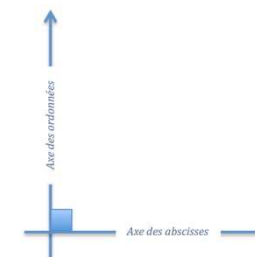
latitude Φ ,

hauteur sur l'ellipsoïde h

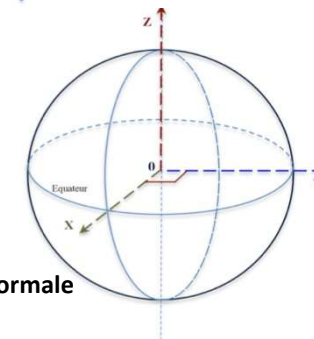


Systèmes de coordonnées planimétriques

- Coordonnées locales : **x, y**
- Coordonnées Lambert 93 : **e, n**
- Coordonnées RGF 93 CC (9 zones) : **E, N**



Systèmes de coordonnées géocentriques X, Y, Z



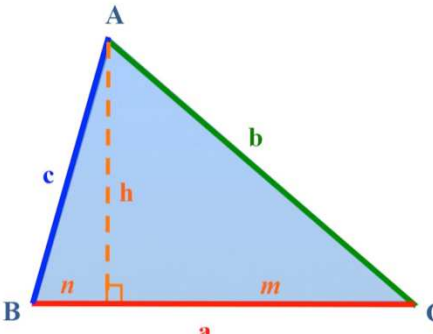
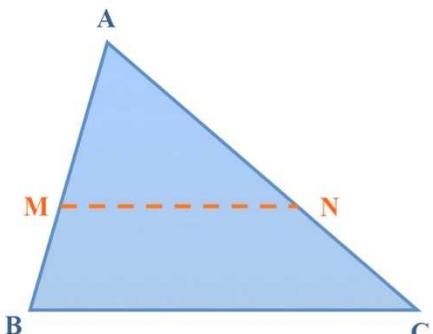
Systèmes de coordonnées altimétriques : altitude normale

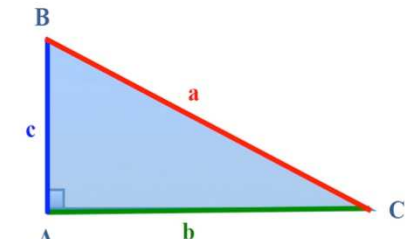
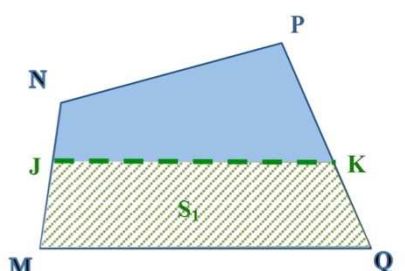
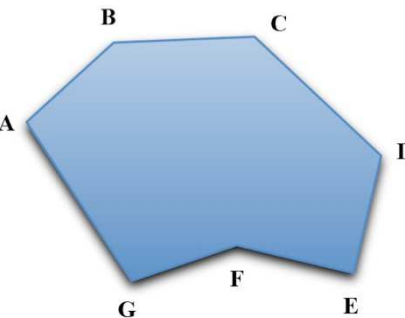
- **NGF-IGN 69** (NGF-IGN78 pour la Corse) **H**

Rayon moyen de la terre : **Rm = 6378 km** environ

Terminologie usitée :

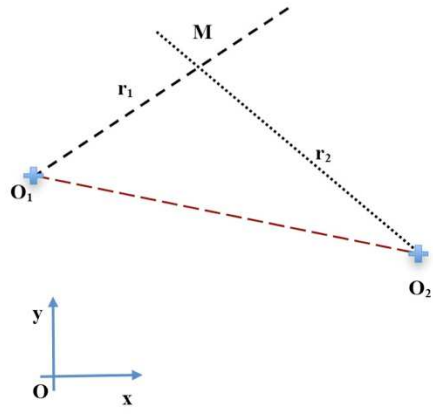
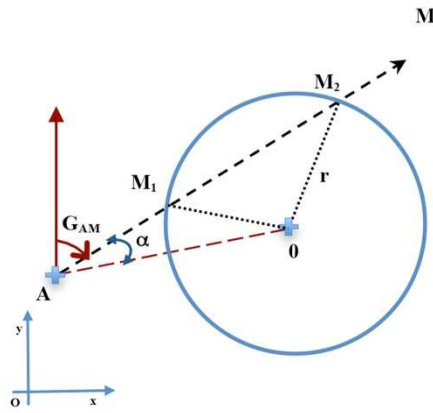
- **ht** ou **hi** = hauteur des tourillons ou hauteur de l'appareil
- **hp** = hauteur de prisme = **hv** (voyant) ou **hr** (réflecteur)

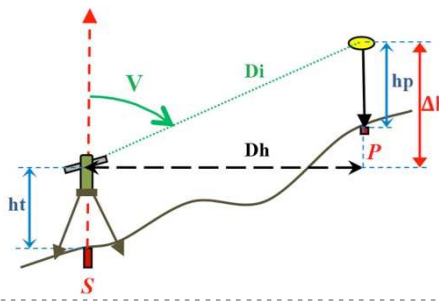
croquis - schémas	formules
<p>1-Triangle quelconque</p> 	<p>Relation des sinus $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$</p> <p>Relation des cosinus $a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos C$</p> <p>Superficie $S = (a \cdot b \cdot \sin C) / 2$ $S = (a \cdot c \cdot \sin B) / 2$ $S = (b \cdot c \cdot \sin A) / 2$</p> $S = \frac{a^2 \cdot \sin B \cdot \sin C}{2 \cdot \sin A}$ <p>avec $p = \frac{1}{2}$ périmètre $S = \sqrt{[p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)]}$</p> $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\left[\frac{(p - b) \cdot (p - c)}{p \cdot (p - a)} \right]}$ $n = \frac{(c^2 + a^2 - b^2)}{2a}$ $h^2 = c^2 - n^2 = b^2 - m^2$
<p>2-Triangles semblables</p> 	<p>Théorème de Thalès</p> $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$ $S_{AMN} = S_{ABC} \cdot k^2$

croquis - schémas	formules
<p>3-Triangle rectangle</p> 	<p>$\sin B = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse} = b/a$ $\cos B = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse} = c/a$ $\tan B = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent} = b/c$ $BA^2 + AC^2 = BC^2$</p> <p>Superficie $S = \frac{1}{2} \cdot (b \cdot c)$</p>
<p>4-Trapèze</p> 	<p>$S_1 = \text{superficie MJKQ}$</p> $JK^2 = MQ^2 - 2S_1 \cdot \left(\frac{1}{\tan Q} + \frac{1}{\tan M} \right)$ $QK = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin Q}$ $JM = \frac{2S_1}{(MQ + JK) \cdot \sin M}$
<p>5-Polygone de n cotés</p> 	<p>Somme des angles intérieurs $\Sigma = (n - 2) \cdot 200$</p> <p>Somme des angles extérieurs $\Sigma = (n + 2) \cdot 200$</p> <p>Superficie</p> $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [x_i \cdot (y_{(i+1)} - y_{(i-1)})]$ $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [y_i \cdot (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})]$

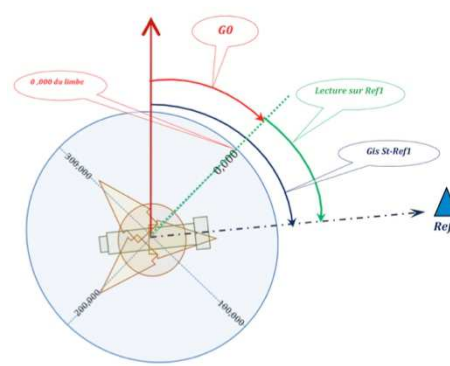
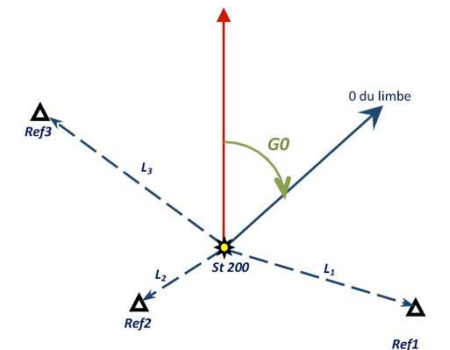
croquis - schémas	formules
6-Raccordements circulaires	
	<p>Périmètre du cercle = $2 \cdot \pi \cdot r$</p> <p>Superficie du disque = $\pi \cdot r^2$</p> <p>Longueur de la corde $T_1T_2 = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\beta}{2}$</p> <p>Longueur de l'arc = $T_1T_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \beta}{400}$</p> <p>Longueur de la flèche $MH = r - [r \cdot \cos \frac{\beta}{2}]$</p> <p>Longueur du segment de la tangente</p> <p>$ST_1 = ST_2 = r \cdot \tan \frac{\beta}{2}$</p>
7-Secteur circulaire : superficies	
	<p>Triangle: $S = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \beta$</p> <p>Secteur: $S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \beta}{400}$</p> <p>Segment: $S_{\text{secteur}} - S_{\text{triangle}}$</p>

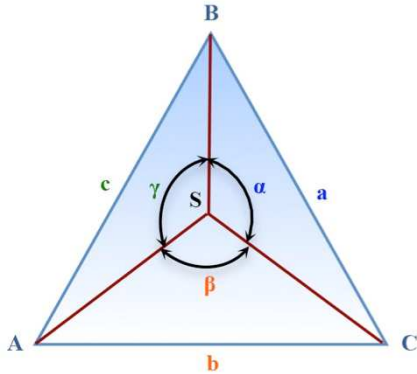
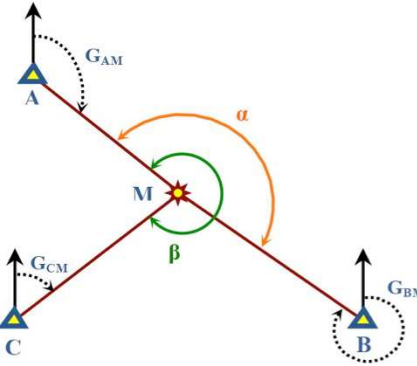
croquis - schémas	formules
-Transformations de coordonnées	
	<p>$x_B - x_A = D_{AB} \cdot \sin G_{AB}$</p> <p>$y_B - y_A = D_{AB} \cdot \cos G_{AB}$</p> <p>$D_{AB} = \sqrt{[(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2]}$</p> <p>Gisement AB</p> <p>$\tan G' = (x_B - x_A) / (y_B - y_A)$</p> <p>$\tan G' = \frac{\Delta x}{\Delta y}$</p> <p>on obtient G' avec son signe</p> <p>si $\Delta x \geq 0$ et $\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G'$</p> <p>si $\Delta x \geq 0$ et $\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200$</p> <p>si $\Delta x \leq 0$ et $\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 200$</p> <p>si $\Delta x \leq 0$ et $\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G' + 400$</p>
9-Intersection de deux droites	
	<p>1ère méthode :</p> <p>G_{AB} et D_{AB} par (x, y)</p> <p>résolution du triangle AMB</p> <p>angle A = $G_{AB} - G_{AM}$</p> <p>angle B = $G_{BM} - G_{BA}$</p> <p>D_{AM} et D_{BM}</p> <p>Calcul des (x, y) de M depuis A</p> <p>Contrôle : (x, y) de M depuis B</p> <p>2ème méthode : (formule de Delambre)</p> <p>depuis A</p> $y_M - y_A = \frac{(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}}{\tan G_{BM} - \tan G_{AM}}$ <p>depuis B</p> $x_M - x_A = (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$ <p>Contrôle : idem depuis B</p>

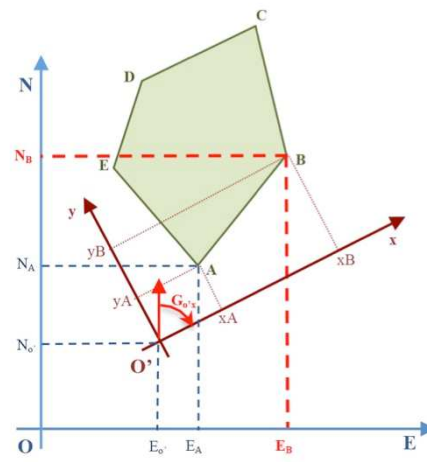
croquis - schémas	formules
<p>10-Intersection de deux cercles</p> 	<p>calcul de $G_{O_1-O_2}$ et $D_{O_1-O_2}$ par (x,y)</p> <p>résolution du triangle O_1O_2M</p> <p>calcul de G_{O_1-M} puis x_M et y_M par rapport à O_1</p> <p>Contrôle :</p> <p>calcul de G_{O_2-M} puis calcul de x_M et y_M par rapport à O_2</p>
<p>11-Intersection droite – cercle</p> 	<p>G_{A0} et D_{A0} par (x,y)</p> <p>résolution du triangle AOM_1</p> <p>$OM_1 = r = \text{rayon}$ Calcul de l'angle A, de l'angle M_1, de l'angle O Distance AM_1</p> <p>Calcul des (x,y) de M_1 depuis A</p> <p>Contrôle : Calcul des (x,y) de M_1 depuis O</p> <p>idem pour le triangle AOM_2</p>

croquis - schémas	formules
<p>12-Nivellement indirect</p> 	<p>$Dh = \sqrt{Di^2 - \Delta hi^2}$</p> <p>Dénivelée instrumentale Δhi</p> <p>$\Delta hi = Di \cdot \cos V$</p> <p>$\Delta hi = Dh / \tan V$</p> <p>$Dh = Di \cdot \sin V$</p> <p>$H_p = H_s + ht + \Delta hi - hp$</p>
<p>13- Corrections des distances</p> <p>Pour obtenir une distance, il conviendra d'apporter aux mesures de longueurs les corrections suivantes :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- constante de prisme (donnée constructeur) 2- correction atmosphérique - C_a - obtenue par lecture sur un abaque (saisie sur le terrain au moment des mesures) 3- réduction à l'horizontale 4- correction de réduction à l'ellipsoïde - C_o - ou $C_{\text{ellipsoïde}}$ 5- correction de représentation plane ou de projection - C_r ou C_l - cette correction varie en fonction de la situation géographique du chantier, elle est obtenue avec « CIRCE ». 	<p>Transformer une Dh en Dr (distance réduite à la projection)</p> <p>Coefficients de réduction et module</p> <p>- Coefficient de réduction à l'ellipsoïde:</p> $k_{\text{ellipsoïde}} = -1000 \cdot \frac{hm}{(Rm + hm)}$ <p>- Coefficient d'altération linéaire :</p> <p>kr lu à l'aide du logiciel CIRCE</p> <p><small>hm = hauteur moyenne au dessus de l'ellipsoïde Rm = rayon moyen de la terre avec, Rm et hm en m, et $k_{\text{ellipsoïde}}$ et kr en m/km</small></p> <p>- module m (avec 6 décimales)</p> $m = 1 + \frac{k_{\text{ellipsoïde}} + kr}{1000}$ <p>Distance réduite à la projection</p> <p>$Dr = Dh \cdot m$</p> <p><small>Dr et Dh en m</small></p>

croquis - schémas	formules
<p>14- Correction de niveau apparent</p> <p>Pour des portées supérieures à 300m, il est nécessaire de prendre en compte deux erreurs systématiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'erreur due à la sphéricité de la terrestre - et l'erreur due à la réfraction atmosphérique. <p>Ces erreurs de sphéricité et de réfraction sont généralement associées en une seule erreur nommée erreur de niveau apparent.</p> <p>La correction globale est appelée correction de niveau apparent Cna.</p>	<p>Cette correction est à ajouter à la dénivelée.</p> <p>On utilise généralement l'expression simplifiée suivante :</p> $Cna = \frac{Dh^2}{15,2}$ <p>Avec <i>Cna</i> en mètre, et <i>Dh</i> en km</p>
<p>15- Calcul d'une moyenne de plusieurs valeurs</p>	<p>Moyenne arithmétique :</p> $\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\text{valeur 1} + \text{valeur 2} + \dots + \text{valeur } n}{n}$ <p>avec : <i>n</i> = nombre de valeurs prises en compte</p> <p>Moyenne pondérée :</p> $\text{Moyenne des valeurs} = \frac{\sum Vi \cdot pi}{\sum pi}$ <p>avec : <i>V</i> = valeur (longueur, angle, etc.) <i>pi</i> = poids attribué à la valeur <i>i</i></p>

croquis - schémas	formules
<p>16- le GO (ou V0):</p>  	<p>Le GO (ou V0) d'une station est le gisement du zéro du limbe de l'appareil : gisement de la droite passant par le centre du limbe et la graduation « zéro » de ce limbe.</p> $GO_{\text{station}} = \text{gis}_{\text{St-Ref1}} - \text{lecture sur Ref1}$ <p>Le Go moyen</p> <p>Pour obtenir une précision satisfaisante de l'orientation de la station (et la contrôler!) plusieurs références connues en coordonnées sont visées. Il faut alors calculer un GO moyen à partir des différents GO obtenus.</p> <p>Deux méthodes sont alors possibles:</p> <p>a - Go moyen par moyenne arithmétique : si les visées sont sensiblement d'égales longueurs.</p> $GO_{\text{moyen St}} = \frac{\sum GO_{\text{St-Ref } i}}{n}$ <p>avec <i>n</i> = nb de visées</p> <p>b - Go moyen par moyenne pondérée : si les visées sont d'inégales longueurs</p> <p>La pondération est alors proportionnelle à la longueur de chaque visée.</p> <p><i>Remarque</i>: plus une visée est longue plus son orientation angulaire est précise.</p> $GO_{\text{moyen St}} = \frac{\sum (GO_{\text{St-}i} \cdot Li)}{\sum Li}$ <p>avec :</p> <p>GO_{St-i} = différents GO calculés depuis la station Li = longueur de chaque visée</p>
<p>Moyenne arithmétique :</p> $Go_{\text{St}_{200}} = \frac{GO_{\text{St}_{200}\text{-Ref1}} + GO_{\text{St}_{200}\text{-Ref2}} + GO_{\text{St}_{200}\text{-Ref3}}}{3}$ <p>Moyenne pondérée :</p> $Go_{\text{moyen St}_{200}} = \frac{(GO_{\text{St-Ref1}} \cdot L_1) + (GO_{\text{St-Ref2}} \cdot L_2) + (GO_{\text{St-Ref3}} \cdot L_3)}{L_1 + L_2 + L_3}$	

croquis - schémas	formules
<p>17-Relèvement sur 3 points: <i>méthode du barycentre</i></p> 	<p>S est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> <p>$\alpha + \beta + \gamma = 400 \text{ gon}$ et $A + B + C = 200 \text{ gon}$</p> $ma = \frac{1}{(\tan^{-1} A - \tan^{-1} \alpha)}$ $mb = \frac{1}{(\tan^{-1} B - \tan^{-1} \beta)}$ $mc = \frac{1}{(\tan^{-1} C - \tan^{-1} \gamma)}$ $x_S = \frac{ma \cdot x_A + mb \cdot x_B + mc \cdot x_C}{ma + mb + mc}$ $y_S = \frac{ma \cdot y_A + mb \cdot y_B + mc \cdot y_C}{ma + mb + mc}$
<p>18-Relèvement sur 3 points: <i>méthode de Delambre</i></p> 	<p>M est inconnu et stationné</p> <p>A, B et C sont trois points connus</p> $\tan G_{AM} = \frac{\left[\frac{(x_A - x_B)}{\tan \alpha} - \frac{(x_A - x_C)}{\tan \beta}\right] + (y_B - y_C)}{\left[\frac{(y_A - y_B)}{\tan \alpha} - \frac{(y_A - y_C)}{\tan \beta}\right] - (x_B - x_C)}$ <p>$G_{BM} = G_{AM} + \alpha$</p> $y_M = y_A + \frac{[(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}]}{(\tan G_{BM} - \tan G_{AM})}$ $x_M = x_A + (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$

croquis - schémas	formules
<p>19- Changement de base : <i>passer d'un système particulier (ou système local) à un système général</i></p> 	<p>Eléments connus :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les coordonnées x et y des points A et B sont connues dans le système local - Les coordonnées E et N des points o' et A sont connues dans le système général. <p>Avec le gisement de l'axe O'x connu dans le système général : $GO'x = GAB - gAB + 100$</p> <p>Eléments cherchés :</p> <p>$EB = EA + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$</p> <p>$NB = NA + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$</p> <p>Soit pour un cas général</p> <p>$En = E(n-1) + \Delta x \cdot \sin Go'x - \Delta y \cdot \cos Go'x$</p> <p>$Nn = N(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'x + \Delta y \cdot \sin Go'x$</p> <p>avec $\Delta x = xn - x(n-1)$ et $\Delta y = yn - y(n-1)$</p> <p>Avec sur le schéma :</p> <p>EON = système général</p> <p>xO'y = système local</p> <p>x_A et y_A = coordonnées dans le système local</p> <p>EA et NA = coordonnées dans le système général</p> <p>GAB = gisement dans le système général</p> <p>gAB = gisement dans le système local</p>
	<p>Avec le gisement de l'axe O'y connu dans le système général : $GO'y = GAB - gAB$</p> <p>$En = E(n-1) + \Delta x \cdot \cos Go'y + \Delta y \cdot \sin Go'y$</p> <p>$Nn = N(n-1) + \Delta y \cdot \cos Go'y - \Delta x \cdot \sin Go'y$</p>